

مرکت (سینماتیک) :

مدل ذره ای: برای بررسی مرکت اجسامی که مرکت انتقالی دارند چون مرکت تمام ذرات جسم یکسان است از نظر سادگی مرکت ذره ای واقع در مرکز جرم جسم مورد بررسی قرار می دهند و هر جا که لازم باشد جرم آن را برابر با جرم جسم منظور می کنند. پس در این کتاب هر جا صحبت از جسم می شود منظور چنین ذره ای است. (هر جسمی که ابعاد آن در برابر فاصله های موجود در مسئله قابل چشم پوشی باشد ذره می نامیم)

جسم متمرک:

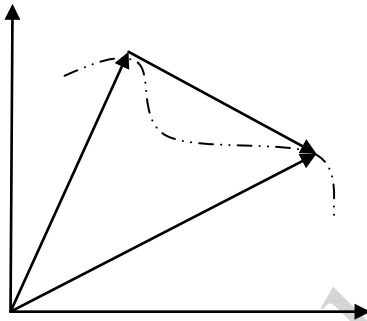
هر گاه مختصات جسمی در یک دستگاه مختصات با گذشت زمان تغییر کند آن جسم در آن دستگاه مختصات در حال مرکت خواهد بود پس مرکت ونیز سکون نسبی است.

مرکت نسبی است و نقطه ثابتی که همواره مکان متمرک را نسبت به آن می سنجد مبدا مختصات ( مبدا مکان ) است لفظ شروع به مطالعه هر مرکتی را مبدا زمان می گویند.

مکان هر ذره با برداری به نام بردار مکان که مبدا دستگاه مختصات را به مکان آن ذره متصل می کند توصیف می شود.

بزرگی بردار مکان هر نقطه برابر با فاصله آن نقطه تا مبدا مختصات است و جهت آن در جهت قطبی است که مبدا مختصات را به این نقطه وصل می کند و (  $\theta$  به طرف آن نقطه )

بردار جابجایی را با  $\vec{\Delta r}$  و بردار مکان را با  $\vec{r}$  نشان می دهند.



$$\vec{r}_A = x_A \vec{i} + y_A \vec{j}$$

$$\vec{r}_B = x_B \vec{i} + y_B \vec{j}$$

$$\vec{\Delta r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\vec{\Delta r} = (X_B - X_A) \vec{i} + (Y_B - Y_A) \vec{j}$$

سکون و مرکت هر جسم نسبت به اجسام دیگر سنجیده می شود به عبارت دیگر مرکت و سکون مفاهیم نسبی اند اگر بردار مکان ذره ای در یک دستگاه مختصات معین با گذشت زمان تغییر نکند ( مستقل از زمان ) می گوئیم ذره نسبت به آن دستگاه ساکن است ولی اگر بردار مکان ذره با گذشت زمان تغییر کند ( تابع زمان باشد ) می گوئیم ذره نسبت به آن دستگاه در حال مرکت است.

مسیر مرکت ذره مکان هندسی نقطه انتهایی بردار مکان آن در لحظه های مختلف است.

هر جابجایی با یک عدد و یک جهت به طور کامل مشخص می شود.

یک ذره که در یک دستگاه مختصات ساکن است ممکن است نسبت به دستگاه مختصات دیگر در مرکت باشد.

بردار سرعت متوسط:

$$\vec{V} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$$

سرعت متوسط یک کمیت برداری است که با بردار جابجایی هم جهت است.

بردار سرعت متوسط ذره در یک بازه زمانی هیچ گونه اطلاعی درباره چگونگی مرکت ذره در آن بازه به ما نمی دهد

بردار سرعت لحظه ای:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

بردار سرعت لحظه ای مشتق بردار مکان نسبت به زمان است.

$$\Delta t \rightarrow 0$$

هر جا کلمه سرعت را به تنهایی به کار بردیم منظور بردار سرعت لحظه ای است.

بردار شتاب متوسط:

$$\bar{a} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} \quad \text{شتاب متوسط هم مانند سرعت کمیته برداری است که با بردار } \Delta V \text{ هم جهت است.}$$

بردار شتاب لمظه ای:

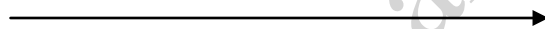
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} \quad \text{شتاب لمظه ای مشتق سرعت نسبت به زمان است و آهنگ تغییر سرعت را در هر لمظه نشان می دهد.}$$



حرکت مستقیم الفط :

اگر مسیر حرکت جسمی فط راست باشد حرکت را مستقیم الفط می نامند . حرکاتی که در دوره دبیرستان مورد بررسی واقع می شود اکثراً مستقیم الفط هستند .

در چنین مواردی مسیر حرکت متمرک را محور فاصله ها در نظر گرفته و یک نقطه روی محور ( معمولاً نقطه شروع حرکت ) را بعنوان مبدا انتخاب می کنند . ممکن است جهت مثبت محور را جهت حرکت متمرک در شروع حرکت انتخاب کرد . با انتخاب جهت روی محور باید توجه داشت که از بردارهای شتاب و سرعت هرکدام که در جهت محور باشند مثبت و هر کدام که در خلاف جهت محور باشند منفی منظور میشوند . توجه به این امر مهم است که علامت منفی یا مثبت برای فاصله سرعت و شتاب فقط تعیین کننده جای متمرک و یا جهت حرکت و جهت این بردارها می باشند و تند یا کند بودن حرکت طبق تعریفی که دنباله این مطالب خواهد آمد تعیین می شود . در حرکت بر فط راست برای سادگی سمت گیری محورهای مفتحات را به صورتی برمی گزینیم که در آن یکی از محورها بر مسیر حرکت منطبق باشد بردار مکان در هر لمظه با مسیر حرکت هم راستا خواهد بود به این ترتیب بردار مکان ثابت مانده و تنها بزرگی و یا بزرگی و سوی آن با گذشت زمان تغییر می کند در حرکت جسم بر فط راست برای تعیین مکان جسم در هر لمظه به جای استفاده از بردار مکان جسم می توانیم از یک عدد جبری استفاده کنیم که فاصله جسم از مبدا را نشان می دهد .



اگر ذره حرکت نکند ( همواره در یک نقطه باقی بماند ) نمودار مکان زمان آن به صورت فط راست موازی با محور زمان است .



در حرکت بر فط راست همواره سرعت در راستای همان فط راست ( مسیر حرکت ) است بردار  $\Delta V$  نیز در راستای همین محور خواهد بود پس شتاب متوسط و شتاب لمظه ای نیز در راستای همین محور خواهند بود .



معادله حرکت:

رابطه بردار مکان ذره با زمان را معادله حرکت ذره می نامند . که به یکی از حالات زیر است

$$X = At + B \quad \text{معادله درجه 1 که نشانگر حرکت یکنواخت است}$$

معادله درجه 2 که نشانگر حرکت شتابدار با شتاب ثابت است  $X = At^2 + Bt + C$

معادله درجه 1 که نشانگر حرکت شتابدار با شتاب متغیر است  $X = At^3 + Bt^2 + Ct + D$

با مشتق گرفتن از معادله حرکت نسبت به زمان رابطه سرعت ذره با زمان بدست می آید که آن را معادله سرعت می نامند .

مرکت یکنواخت  $X' = V = A$

مرکت شتابدار با شتاب ثابت  $X' = V = 2At + B$

مرکت شتابدار با شتاب متغیر  $X' = V = 3At^2 + 2Bt + C$

هرگاه در معادله حرکت و یا سرعت شتاب و سرعت اولیه علامتهایی مخالف هم داشته باشند معادله مربوط به حرکتی است که تغییر جهت می دهد ابتدا کند شونده بعد در جهت عکس تند شونده است. اگر متمرک تغییر جهت ندهد حرکت آن تند شونده فواهد بود. در لمظه تغییر جهت سرعت متمرک صفر می شود .

اگر در معادله حرکت به جای اتمقدار قرار دهیم مکان جسم بدست می آید.

اگر دو مکان متوالی جسم را از هم کم کنیم جابه جایی مناسبه می شود.

برای مناسبه مسافت طی شده ، ابتدا باید دید متمرک تغییر جهت دارد یا نه، اگر متمرک تغییر جهت نداشته باشد جابه جایی با مسافت برابر است. اگر متمرک تغییر جهت داشته باشد یک بار جابه جایی قبل از تغییر جهت و یک بار جابه جایی بعد از تغییر جهت را مناسبه و با هم جمع می نماییم.

برای مناسبه سرعت متوسط ، پس از مناسبه جابه جایی از فرمول سرعت متوسط استفاده می نماییم.

برای مناسبه شتاب می توان از معادله سرعت مشتق گرفت یعنی:

مرکت یکنواخت  $X'' = V' = a = 0$

مرکت شتابدار با شتاب ثابت  $X'' = V' = a = 2A$

مرکت شتابدار با شتاب متغیر  $X'' = V' = a = 6At + 2B$



سرعت متوسط :

نسبت تغییر فاصله متمرک به زمان این تغییرات را سرعت متوسط می نامند .

$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

وامد سرعت در S متر بر ثانیه می باشد .

$$1 \frac{km}{h} = \frac{1}{3.6} \frac{m}{s}, 1 \frac{m}{s} = 100 \frac{cm}{s}$$



مرکت یکنواخت مستقیم الفط :

مرکتی است که در آن بردار سرعت ثابت باشد. سرعت متوسط و سرعت لمظه ای در این مرکت با هم برابرند و مسافت طی شده در زمانهای مساوی با هم برابرند. معادله این مرکت بصورت زیر است:

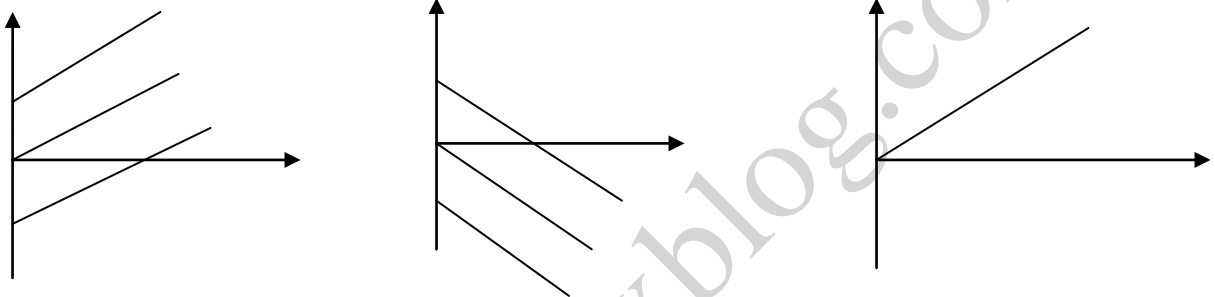
$$x = Vt + x_0$$

در این رابطه  $x_0$  فاصله متمرک از مبدا ممور است در شروع مرکت که به آن فاصله اولیه گفته می شود اگر جهت سرعت با ممور یکی باشد سرعت مثبت و اگر در خلاف جهت آن باشد منفی است.

در مرکت ذره بر روی خط راست اگر اندازه سرعت ثابت باشد مرکت ذره را یکنواخت بر روی خط راست می گویند ( $V = cte, a = 0$ )

نمودارهای مرکت یکنواخت:

نمودار فاصله - زمان این مرکت فطی است راست که شیب آن برابر سرعت متمرک است

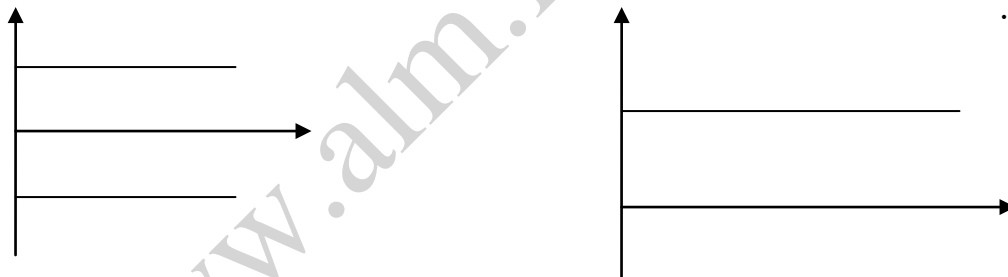


مرکت در جهت مثبت

مرکت در جهت منفی

$$(\tan \alpha = V)$$

و نمودار سرعت - زمان در این مرکت فطی راستی است موازی ممور زمان که اندازه سطح زیر نمودار با ممور زمان برابر مسافت طی شده می باشد. ( $Vt$ )



مالت های مختلف برای مناسبه سرعت متوسط:

اگر متمرک فاصله های  $x_1, x_2, \dots$  را در زمانهای  $t_1, t_2, \dots$  طی کند سرعت متوسط او در کل این مرکت برابر است با:

$$V = \frac{x_1 + x_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

و تعداد این فاصله ها  $n$  باشد در

پنانه سرعت متمرک در این فاصله ها به ترتیب  $V_1$  و  $V_2$  و ... بوده و  $x_1 = x_2 = \dots$

این صورت فوایم داشت:

$$V = \frac{n}{\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} + \dots}$$

باشد سرعت متوسط میانگین

و در صورتی که فاصله ها مساوی نبوده اما زمان حرکتها برابر باشند یعنی  $t_1 = t_2 = \dots$  سرعتهای متمرک می باشد :

$$V = \frac{V_1 + V_2 + \dots}{n}$$

اگر متمرکی فاصله  $x_1$  را با سرعت  $V_1$  و بقیه مسافت را با سرعت  $V_2$  طی کند و  $X_1 = \frac{m}{n}x$  باشد (  $x$  کل مسافت طی شده است ) در اینصورت سرعت متوسط از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$V = \frac{V_1 \cdot V_2}{\left(1 - \frac{m}{n}\right)V_1 + \frac{m}{n}V_2}$$

و یا

$$V = \frac{nV_1 \cdot V_2}{(n-m)V_1 + mV_2}$$



مرکت تند و کند شونده :

اگر مقدار سرعت متمرک ( صرفنظر از علامت مثبت یا منفی آن ) با گذشت زمان افزایش یابد مرکت تند شونده و اگر کاهش یابد مرکت کند شونده است. در اینصورت هرگاه بردارهای سرعت و شتاب هم جهت باشند مرکت تند شونده و هرگاه در خلاف جهت هم باشند مرکت کند شونده است. پس در هر لحظه که حاصلضرب سرعت در شتاب مثبت باشد  $aV > 0$  مرکت تند شونده و اگر منفی باشد  $aV < 0$  مرکت کند شونده است.



مرکت مستقیم الف با شتاب ثابت :

مرکتی است که مسیر مرکت متمرک فضا راست و بردار شتاب ثابت باشد. در این مرکت فاصله های طی شده در زمانهای مساوی و متوالی  $t$  با هم تشکیل تصاعد عددی می دهند که قدر نسبت آن برابر  $a \cdot t^2$  است در نتیجه تفاضل فاصله های طی شده در ثانیه های متوالی برابر شتاب مرکت است.

$$d = a \cdot t^2 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = x_4 - x_3 = \dots$$

$$t = 1 \rightarrow x_2 - x_1 = x_3 - x_2 = \dots = a$$

در مرکت متشابه تغییر مسافت های طی شده در زمانهای مساوی و متوالی جملات متوالی یک تصاعد حسابی هستند

اگر  $x_3$  مسافت طی شده در ثانیه آخر  $x_1$  مسافت طی شده در ثانیه اول و  $x_2$  مسافت طی شده در ثانیه وسط است.

$$2x_2 = x_1 + x_3$$

اگر متمرک دارای سرعت اولیه باشد مسافت طی شده در ثانیه های اول و دوم و سوم به ترتیب  $(0/5a + V_0)$  ,  $(1/5a + V_0)$  ,  $(2/5a + V_0)$  ... است.

معادلات حرکت شتابدار:

معادله حرکت

معادله سرعت

$$V = at + V_0$$

رابطه مستقل از شتاب

رابطه مستقل از زمان

سرعت متوسط در صورتی که شتاب ثابت باشد

رابطه مستقل از سرعت اولیه

مسافت طی شده در n ثانیه آخر حرکت

مسافت طی شده در ثانیه nام یا مسافت طی شده در ثانیه آخر حرکت

$$X = \frac{1}{2}at^2 + V_0t$$

$$x = \frac{V + V_0}{2}$$

$$V^2 - V_0^2 = 2ax$$

$$\bar{V} = \frac{1}{2}at + V_0$$

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + Vt$$

$$x_n = \frac{1}{2}an(2t - n) + V_0n$$

$$x_n = \frac{1}{2}a(2n - 1) + V_0$$

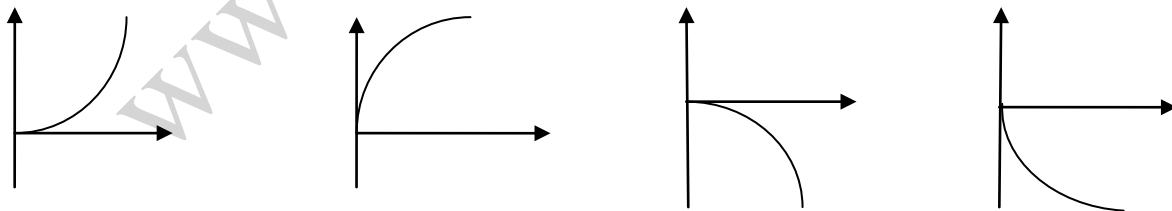
تذکر: در حرکت کندشونده وقتی سرعت صفر شد متمرک می ایستد. معمولاً جهت سرعت مثبت انتخاب می شود. در اینصورت اگر شتاب مثبت باشد حرکت تند شونده و اگر منفی باشد حرکت کند شونده خواهد بود (به شرط آنکه حرکت بصورت رفت و برگشت نباشد).



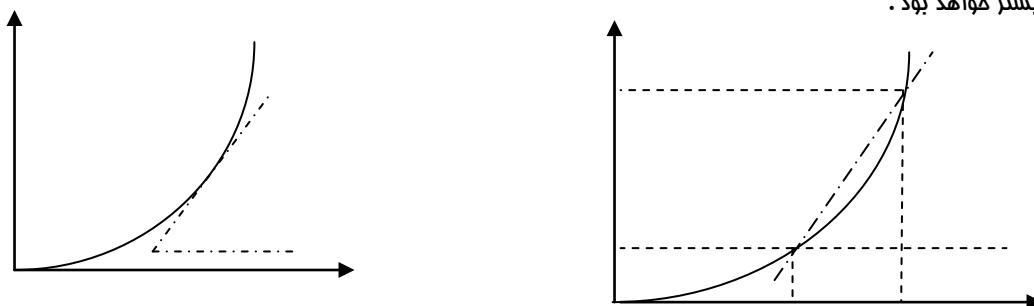
نمودارهای حرکت با شتاب ثابت:

نمودار مکان - زمان قسمتی از یک سهمی است:

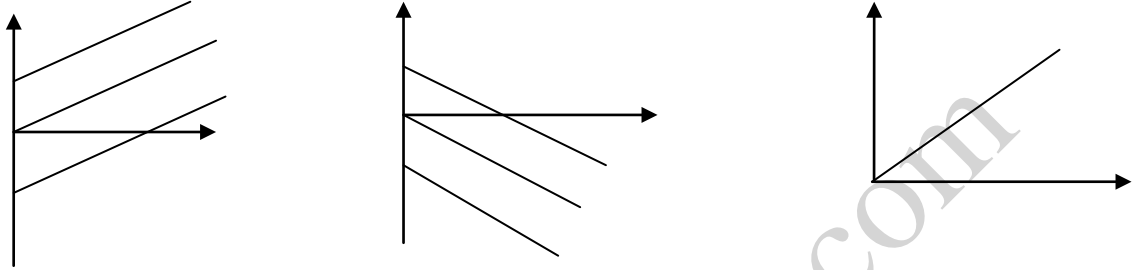
در حرکت تند شونده جهت تغییر جهت تقعر نمودار به طرف محور x در حرکت کند شونده به سمت محور t است



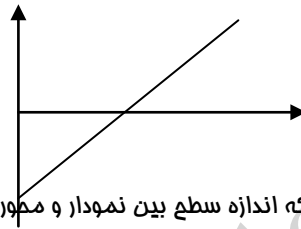
سرعت لفظه ای برابر شیب فضا مماس بر منحنی نمودار مکان (زمان) ضریب زاویه فضا مماس بر آن) است هرچه سرعت حرکت بیشتر باشد شیب نمودار بیشتر خواهد بود.



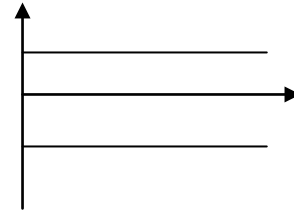
نمودار سرعت - زمان فضا راستی است که اندازه شیب آن برابر شتاب حرکت و اندازه سطح زیر نمودار با محور زمان برابر فاصله است :



در حرکت شتابدار جمع جبری مسامتهای بین نمودار سرعت زمان با محور زمان برابر جابجایی از مبدا و مجموع قدر مطلق مسامتها برابر با مسافت طی شده است



نمودار شتاب - زمان این حرکت فضا راستی موازی محور زمان است . که اندازه سطح بین نمودار و محور زمان برابر تغییر سرعت است :



$$S = \Delta V = V - V_0$$

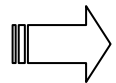
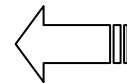
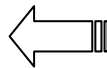
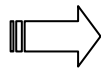


مرکت نسبی:

حالت اول (دو متمرک مستقل):

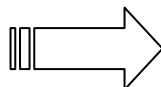
اگر دو جسم با سرعتهای  $V_1$  و  $V_2$  در یک راستا به طرف هم و یا در خلاف جهت هم در حرکت باشند سرعت نسبی آن دو برابر

$$V = V_1 + V_2$$



است با :

اگر دو جسم با سرعتهای  $v_1$  و  $v_2$  در یک راستا و در یک جهت به دنبال هم در حرکت باشند سرعت نسبی آن دو عبارت است از :



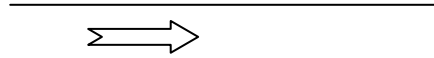
سرعت نسبی جسم اول نسبت به دوم  $V = V_1 - V_2$

سرعت نسبی جسم دوم نسبت به اول  $V = V_2 - V_1$

حالت دوم (دو متمرک و وابسته):

اگر حرکت یک متمرک و وابسته به متمرک دیگر باشد مانند حرکت قایق درون آب، در این حالت داریم:  
اگر قایق در جهت جریان آب حرکت کند:

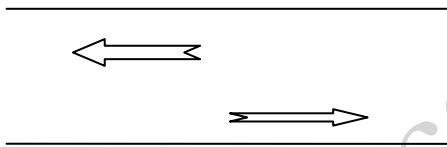
$$V = V_1 + V_2$$



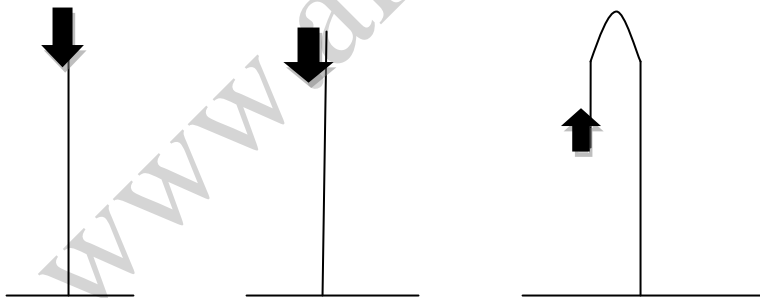
$$V = V_2 - V_1$$



اگر قایق در خلاف جهت جریان آب حرکت کند :



حرکت سقوط آزاد :



به حرکتی گفته می شود که در آن تنها نیروی وارد بر جسم نیروی وزن آن باشد . معمولاً اگر جهت سرعت اولیه به طرف بالا باشد به آن پرتاب در راستای قائم (بطرف بالا) می گویند .

در هر حال حرکت مستقیم الفظ با شتاب ثابت است که مسیر حرکت ( محور فاصله ) قائم است. مرسوم چنین است که در حرکت سقوط آزاد به جای  $x$  از  $y$  یا  $h$  استفاده می شود . اگر متمرک بالاتر از نقطه پرتاب باشد دارای مکان مثبت و اگر پایین تر از نقطه پرتاب باشد دارای مکان منفی است. پس در نقطه پرتاب  $h = 0$  و در سطح زمین  $h = -h_0$  است.

در این حرکت چون شتاب همواره به سمت پایین است ، علامت آن را منفی در نظر می گیریم . در این صورت  $a = -g$  می شود در حرکت سقوط آزاد یا پرتاب در راستای قائم سرعت مثبت یعنی جسم بالا می رود سرعت منفی یعنی جسم پایین می رود.



در این حرکت وقتی متمرک بالا می رود  $a < 0, v > 0$  حرکت کند شونده و وقتی که پایین می آید  $(a < 0, v < 0)$  حرکت تند شونده است .

در حرکت سقوط آزاد مثبت یا منفی بودن  $h$  یا  $v$  یا  $g$  فقط نشانگر جهت است و تند یا کند بودن حرکت را نشان نمی دهد .  
معادلات این حرکت همان معادلات حرکت باشتاب ثابت بر مسیر مستقیم است .

معادلات این حرکت بصورت زیر است :

$$h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t$$

معادله حرکت

$$v = -gt + v_0$$

معادله سرعت

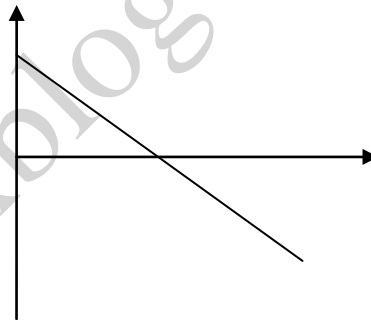
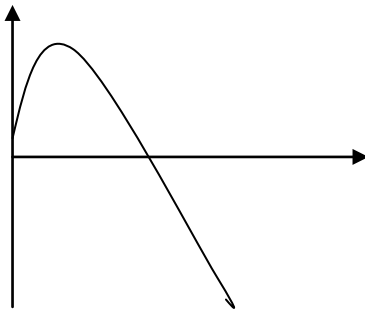
$$x = \frac{v + v_0}{2}$$

رابطه مستقل از شتاب

$$v^2 - v_0^2 = -2gh$$

رابطه مستقل از زمان

اگر حرکت بصورت رفت و برگشت باشد ( مثل پرتاب در راستای قائم بطرف بالا ) نمودار فاصله- زمان و سرعت- زمان بصورت زیر است :



تصادد در حرکت سقوط آزاد:

در حرکت سقوط آزاد چون شتاب ثابت و برابر 10 می باشد، با توجه به این که مسافت های طی شده در زمان های مساوی و متوالی در حرکت شتابدار تشکیل تصاعد حسابی می دهد می توان گفت در هر ثانیه از سقوط 10 متر به مسافت طی شده در ثانیه قبل اضافه می شود و همچنین 10 متر بر ثانیه به سرعت اضافه خواهد شد پس

الف) اگر گلوله رها شود در ثانیه اول 5 متر در ثانیه بعد 15 متر در ثانیه بعد 25 متر و.... در هر ثانیه 10 متر به مسافت اضافه می شود. سرعت نیز چون ابتدا صفر بوده (گلوله رها شده) در پایان ثانیه اول 10 متر بر ثانیه ، در پایان ثانیه دوم 20 متر بر ثانیه و.... در هر ثانیه 10 متر بر ثانیه به سرعت اضافه خواهد شد.

ب) اگر گلوله دارای سرعت اولیه  $v$  باشد در ثانیه اول مسافت  $v + 5$  در ثانیه دوم  $v + 15$  و.... و سرعت آن در پایان ثانیه اول  $v + 10$  در پایان ثانیه دوم  $v + 20$  و.... خواهد بود



نکات مهم در پرتاب یک گلوله:

1- زمان کل حرکت جواب قابل قبول معادل درجه دوم  $-\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0 = 0$  است که اگر جسم به نقطه پرتاب برگردد  $h_0 = 0$

زمان کل حرکت  $t = \frac{2v_0}{g}$  است که دو برابر زمان رسیدن به اوج است.

2- در این حرکت جسم از نقاط بالای نقطه پرتاب دو بار عبور می کند یکی پس از زمان  $t_1$  در موقع بالا رفتن و دیگری پس از زمان  $t_2$  در موقع پایین آمدن (توجه داشته باشید  $t_1$  و  $t_2$  هر دو زمان از لحظه شروع حرکت هستند) اگر فاصله نقطه مورد نظر تا مبدأ  $h_1$  باشد

$t_1$  و  $t_2$  جوابهای معادله درجه دوم  $-\frac{1}{2}gt^2 + v_0t - h_1 = 0$  می باشند چون  $t_1$  و  $t_2$  جوابهای معادله هستند پس  $\left(\frac{c}{a}\right)$  و

$\left(-\frac{b}{a}\right)$  را می نویسیم، یعنی داریم:

$$h = \frac{1}{2}gt_1t_2 \quad v_0 = \frac{1}{2}g(t_1 + t_2)$$

3- در حرکت سقوط آزاد وقتی سرعت جسم به  $\frac{1}{n}$  سرعت اولیه می رسد مدت زمان

$$t = \left(\frac{n-1}{n}\right)t'$$

$$h = \left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)h'$$

و ارتفاع آن

است که در آن  $t'$  زمان رسیدن به اوج و  $h'$  ارتفاع اوج است.

4- هرگاه با سرعت اولیه  $v_0$  جسمی را در شرایط فلا به طرف بالا پرتاب کنیم سرعت در نیمه راه نقطه اوج از رابطه

$$v = v_0 \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{بدست می آید.}$$

5- هرگاه جسمی با سرعت اولیه  $v_0$  در امتداد قائم سقوط کند اگر سرعت بر فورد با زمین  $v$  فرض کنیم سرعت در نیمه راه برابر است با:

$$V'^2 = \frac{V^2 + V_0^2}{2}$$

6- در حرکت سقوطی هنگامی که گلوله  $\frac{1}{n}$  مسیر را طی نماید زمان حرکت آن برابر است با:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$$

$t$  زمان رسیدن به زمین

7- سرعت گلوله در  $\frac{a}{b}$  ارتفاع اوج برابر است با

$$v = \pm v_0 \sqrt{1 - \frac{a}{b}}$$



نکات مهم در پرتاب دو گلوله:

1- اگر از یک مبدأ دو گلوله با اختلاف زمانی  $\Delta t$  ثانیه در راستای قائم با سرعت اولیه  $v_0$  به طرف بالا پرتاب شوند (یعنی گلوله دوم از همان ارتفاع با همان شرایط  $\Delta t$  ثانیه بعد به دنبال اولی پرتاب شود) داریم:

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

$$t_1 + t_2 = \frac{2v_0}{g}$$

$$V_1 = -\frac{1}{2}g\Delta t$$

سرعت گلوله اول به هنگام رسیدن به دومی

$$V_2 = \frac{1}{2}g\Delta t$$

سرعت گلوله دوم به هنگام رسیدن به اولی

در این حالت بعد از مدت  $t$  ثانیه دو گلوله به همدیگر برخورد می کنند که مقدار  $t$  از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$t = \frac{v_0}{g} \pm \frac{\Delta t}{2}$$

2- اگر دو جسم از ارتفاع  $h$  در خلاف جهت هم به طرف یکدیگر پرتاب شوند زمان رسیدن به هم برابر است با:

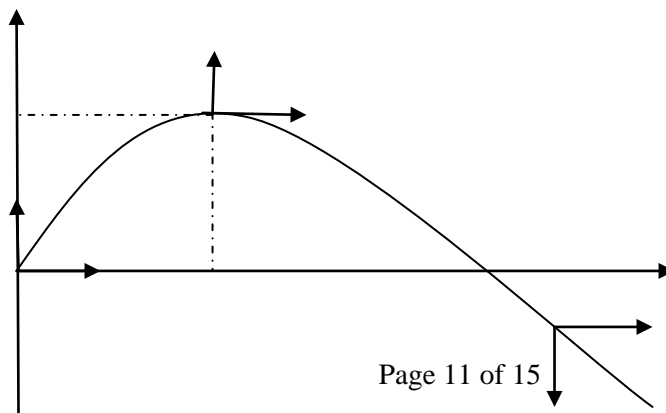
$$t = \frac{h}{v_{01} + v_{02}}$$

3- اگر هر دو جسم از ارتفاع  $h$  در یک جهت به طرف یکدیگر پرتاب شوند زمان رسیدن به هم برابر است با:

$$t' = \frac{h}{|v_{02} - v_{01}|}$$



پرتابه:



حرکت پرتابی یک نوع حرکت در صفحه می باشد در این حرکت که شامل حرکت یکنواخت در راستای عمود و حرکت شتاب دار در راستای عمود است در هر لحظه سرعت و شتاب دارای دو مؤلفه می باشند. اگر زاویه پرتاب  $\theta$  و سرعت اولیه  $v_0$  باشد داریم:

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

مؤلفه های شتاب

$$V_{0x} = V_0 \cos \theta$$

مؤلفه افقی سرعت اولیه

$$V_{0y} = V_0 \sin \theta$$

مؤلفه قائم سرعت اولیه

سرعت در راستای افقی تابع زمان نیست پس در این راستا سرعت دارای مقدار ثابت است بنابراین در این راستا حرکت یکنواخت است

$$\begin{cases} V_x = V_{0x} = V_0 \cos \theta \\ V_y = -gt + V_0 \sin \theta \end{cases}$$

مؤلفه های سرعت لحظه ای

و اندازه سرعت ممتد در هر لحظه برابر است با

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \pm 2gy}$$

در پرتاب در راستای غیر افقی سرعت پرتابه در اوج برابر سرعت افقی آن است یعنی در اوج  $v = v_x = v_0 \cos \theta$  و سرعت قائم آن صفر

$$v_y = 0$$

پس معادلات پارامتری این حرکت به صورت زیر می باشد

$$\begin{cases} x = V_0 t \cos \theta \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 t \sin \theta \end{cases}$$

در این حرکت نیز مانند حرکت سقوط آزاد مکان جسم اگر بالای نقطه پرتاب باشد مثبت و اگر پایین نقطه پرتاب باشد منفی است. سرعت

نیز اگر رو به بالا باشد مثبت و اگر رو به پایین باشد منفی است.

زاویه برخورد به زمین برابر است

$$\tan \theta = \frac{V_y}{V_x}$$

اگر پرتاب در راستای افقی باشد  $\theta = 0$  خواهد بود. چنانچه جسم کوچکی را در شرایط بالا در راستای افقی پرتاب کنیم چون سرعت اولیه

افقی است پس  $v_{0x} = v_0$  و  $v_{0y} = 0$  و در نتیجه  $a_x = 0$  و  $a_y = g$  پس حرکت در امتداد

معمولاً X ها یکنواخت مستقیم الف با سرعت ثابت و حرکت در امتداد قائم سقوط آزاد می باشد

پس اگر مقاومت هوا نباشد جسم از هر ارتفاع و با هر سرعت اولیه ای به طور افقی پرتاب شود زمان رسیدن آن به سطح زمین برابر زمانی

خواهد بود که یک جسم از همان ارتفاع با سقوط آزاد به زمین برسد یعنی از فرمول:

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

یعنی در پرتاب در راستای افق برای مناسبه زمان کل حرکت کافی است در معادله پارامتری حرکت در امتداد محور  $y$  ها مقدار  $y$  را برابر ارتفاع سقوط قرار دهیم پس داریم :

$$t = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$



نکات مهم در حرکت پرتابی:

1- زمان رسیدن به اوج: در حرکت پرتابی زمان رسیدن به اوج برابر است با :

$$t_c = \frac{V_0 \sin \alpha}{g}$$

2- ارتفاع اوج: ارتفاع اوج برابر است با :

$$h = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + y_0$$

راه دیگر بدست آوردن ارتفاع  $h$  این است که از معادله پارامتری  $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \sin \theta$  بر مَسَب زمان مشتق گرفته سپس

آن را مساوی صفر قرار داده  $t$  را بدست آوریم (زمان اوج) و سپس زمان بدست آمده را در معادله پارامتری فوق قرار دهیم .

3- مختصات نقطه اوج: مختصات نقطه اوج به صورت زیر است:

$$X_c = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

مسافت افقی نقطه اوج

$$y_c = \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} + y_0$$

ارتفاع اوج

4- کل زمان حرکت: زمانی که جسم از زمین پرتاب می شود چون حرکت پرتابی جسم رادر فلا بررسی می کنیم ( تنها نیروی موثر بر پرتابه

فقط وزن جسم است و از اثر مقاومت هوا بر حرکت آنها صرفنظر می کنیم ) پس زمان رسیدن جسم به زمین ( زمان رسیدن به نقطه برد )

دوبرابر زمان رسیدن به نقطه اوج است .

یعنی :

$$t_R = 2t_c = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g}$$

و اگر از زمین پرتاب نشود در این حالت زمان کل برابر جواب معادله حرکت می باشد.

5- برد پرتابه: برد پرتابه برابر است با :

$$R = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

برد پرتابه موقعی ماکزیمم است که زاویه پرتاب 45 درجه باشد .  
برد پرتابه برای زاویه های  $(45 + \alpha)$  و  $(45 - \alpha)$  یکی است .  
اگر  $Y_0 = 0$  یعنی جسم از زمین پرتاب شود در این صورت :

$$X_c = \frac{R}{2} \rightarrow R = 2X_c$$

یعنی برد پرتابه دو برابرمافتحه افقی پرتاب می باشد.

6- معادله مسیر ( معادله مستقل از زمان ) : در حرکت پرتابی معادله مسیر حرکت که در هر نقطه مفصلیات حرکت  $(y_0)$  را مشخص می کند به صورت زیر است

$$y = \frac{\pm gx^2}{2V_0^2 \cos^2 \theta} + x \tan \theta$$

7- فاصله افقی پرتاب در پرتاب در راستای افق: برای مناسبه فاصله افقی پرتاب ( پرتاب در راستای افق ) در معادله حرکت در امتداد محور x ها زمان را برابر زمان کل حرکت ( پرتاب در راستای افق ) می گیریم :

$$R = v_0 \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

[www.alm.lxblog.com](http://www.alm.lxblog.com)